TERMINALE STI2D **Sciences-physiques**

Thème : HABITAT

Sous-thème : Mesures et incertitudes

Chapitre H6 : MESURES ET INCERTITUDES.

Thème 1 : HABITAT. Sous-thème : Mesures et incertitudes	
Notions et Contenus	**Compétences attendues**
Erreurs et notions associées	- Identifier les différentes sources d'erreur (de limites à la précision) lors d'une mesure : variabilité du phénomène et de l'acte de mesure (facteurs liés à l'opérateur, aux instruments, etc.)
Incertitudes et notions associées	- Évaluer les incertitudes associées à chaque source d'erreur. - Comparer le poids des différentes sources d'erreur. - Évaluer l'incertitude de répétabilité à l'aide d'une formule d'évaluation fournie. - Évaluer l'incertitude d'une mesure unique obtenue à l'aide d'un instrument de mesure. - Évaluer, à l'aide d'une formule fournie, l'incertitude d'une mesure obtenue lors de la réalisation d'un protocole dans lequel interviennent plusieurs sources d'erreurs.
Expression et acceptabilité du Résultat	-Maîtriser l'usage des chiffres significatifs et l'écriture scientifique. Associer l'incertitude à cette écriture. - Exprimer le résultat d'une opération de mesure par une valeur issue éventuellement d'une moyenne et une incertitude de mesure associée à un niveau de confiance. - Évaluer la précision relative. - Déterminer les mesures à conserver en fonction d'un critère donné. - Commenter le résultat d'une opération de mesure en le comparant à une valeur de référence. - Faire des propositions pour améliorer la démarche.

En physique faire une mesure (***mesurage***) consiste à chercher la valeur numérique d'une grandeur ***(mesurande)*** ; mais il est impossible de connaître la valeur exacte (***valeur vraie***) de la grandeur à cause des erreurs de mesure.
L'erreur de mesure est donc la différence entre la valeur mesurée et la valeur exacte : celle-ci étant inconnue, l'erreur de mesure est également inconnue. Pour juger de la ***précision*** d'une mesure, nous ne pouvons qu'associer une ***incertitude de mesure*** à la ***valeur mesurée***.
Pour présenter un résultat, il faut donc déterminer tout d'abord les différentes causes d'erreurs, puis les différentes méthodes pour évaluer les incertitudes de mesure et enfin, écrire le résultat.

I LES ERREURS :

1) Composantes des erreurs :

- **Les erreurs systématiques :** Ce sont les erreurs provenant de l'appareil de mesure, du processus de mesure ou de l'opérateur, qui sont répétitives et constantes.

  Par exemple:

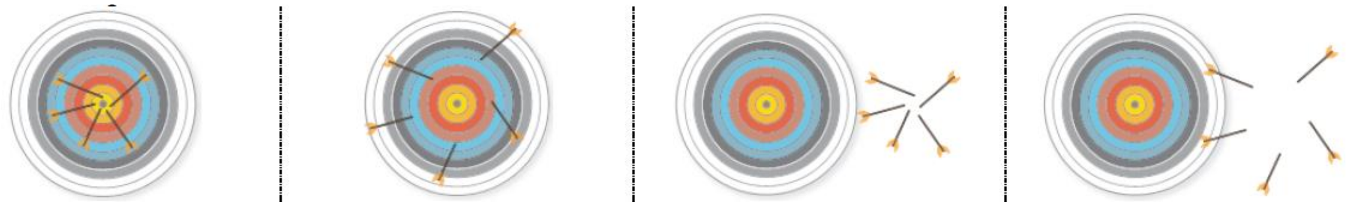
- **Les erreurs aléatoires liées aux conditions opératoires**

  Est-il possible de réduire les erreurs définies ? Si oui comment ?

2) Vocabulaire de métrologie : (traduction en anglais entre parenthèse)

Justesse (*Trueness) :* Qualité d'un appareillage de mesure dont les erreurs systématiques sont réduites. Valeur la plus probable du mesurande très proche de la valeur vraie.
Fidélité (*Precision) :* Qualité d'un appareillage de mesure dont les erreurs aléatoires sont faibles. Résultats de mesurage groupés autour de leur valeur moyenne.
Exactitude (*Accuracy) :* Qualité d'un appareillage qui est à la fois juste et fidèle donc exact.
<u>Application 1 :</u> Légender l'illustration suivante en précisant le type d'erreurs et le caractère des mesures réalisées:

a b c d



- La présence d'erreur systématique est-elle facile à repérer ?

II INCERTITUDES (UNCERTAINTY) :

1) Incertitude type élargie ou incertitude de mesure :

La valeur d'une grandeur physique M, doit toujours être accompagnée d'une incertitude absolue U(M), cette incertitude de mesure est l'estimation de l'erreur de mesure.
Le résultat s'écrit : M = m ± U(m) (m est la valeur mesurée ou calculée).
Ce qui signifie que la vraie valeur de M est comprise dans l'intervalle : [m – U(M), m + U(M)]. C'est l'intervalle de confiance.

Incertitude	Notations actuelles	Notations anciennes
Ecart type expérimentale		
Incertitude type		
Incertitude type élargie ou incertitude de la mesure		

2) Evaluation des incertitudes de mesure :

a) <u>*Type A :*</u>

Lorsque les incertitudes sont évaluées par des méthodes statistiques, l'évaluation est dite ***de type A***. Elle concerne les mesures que l'on peut effectuer plusieurs fois dans les mêmes conditions (*la valeur de cette incertitude absolue sera déterminée avec une méthode qui sera donnée dans les exercices).*

<u>Principe :</u>
- On réalise un nombre limité **n** de mesures d'une même grandeur X : x_1, x_2, ….., x_n.
- La meilleur estimation de la valeur vraie est la ________________ de ces mesures notée , tel que : $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$

- Calculer _________________ de la série de mesures : L'écart-type évalue la dispersion des valeurs : plus les valeurs sont proches de la valeur moyenne et plus il est faible.

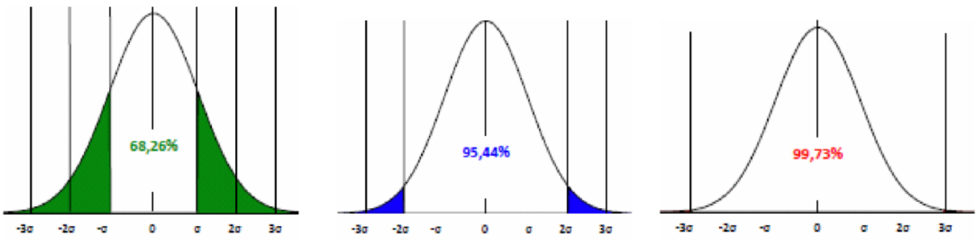
(écart type = incertitude de répétabilité qui permet de mesurer la dispersion des données)

- ___________________________________ correspondra alors à : $u(x) = \frac{1}{\sqrt{n}} \times uexp$ avec uexp= $\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - x)^2}{n-1}}$

Le problème, est qu'il faut donc arriver à faire"confiance" à notre écart-type, pour cela, on va l'élargir :
Si les mesures sont équiprobables etque l'on connaît g min et gmax, l'incertitude élargie se calcule en multipliant u par un coefficient d'élargissement k : __________________________

Avec k =2 pour une confianceà 95 %. k =3 pour une confianceà 99 %.

Ces lois sont d'une grande importance car elles se trouvent être lois limites de la moyenne de variables aléatoires dans le cas de nombreuses lois, lors d'observations répétées de manière indépendante.



allure de la densité de $X - m$

Si une variable X suit une loi normale de moyenne m et d'écart-type σ on a alors :

- Probabilité $(-\sigma \leq X - m \leq \sigma) \approx 0{,}68$
- Probabilité $(-2\sigma \leq X - m \leq 2\sigma) \approx 0{,}95$
- Probabilité $(-3\sigma \leq X - m \leq 3\sigma) \approx 0{,}997$

En général comme incertitude étendue on choisit :

Cela signifie que l'on peut estimer que la valeur vraie de la grandeur mesurée à 95% de chances de se trouver dans l'intervalle .[$\bar{x} - 2\,u_{exp}$; $\bar{x} + 2\,u_{exp}$]

Réalisation : Le calcul de l'écart type sera réalisé soit avec la **calculatrice** (en mode statistique) soit à l'aide d'un logiciel (regressi….)

Application 1 : Une mesure de concentration a été effectuée par 10 binômes. Les valeurs obtenues sont indiquées dans le tableau suivant :

Essai n°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
c(mmol.L^{-1})	10,53	10,49	11,00	10,04	10,14	10,29	10,70	10,87	10,44	10,68

- Moyenne :
- Écart-type expérimental:
- Incertitude type élargie (ou incertitude) et résultat avec un niveau de confiance 68 % :
- Incertitude et résultat avec un niveau de confiance 95 %:
- On écrit donc

b) Type B :

Quand la détermination statistique n'est pas possible, on dit que ***l'évaluation est de type B***. C'est le cas d'une mesure unique et l'évaluation de ce type d'incertitude doit prendre en compte l'instrument de mesure et l'utilisateur. **Là encore la méthode vous sera donnée.**

Différents cas peuvent se présenter :

- Le constructeur fournit l'incertitude-type u(m). Dans ce cas, on utilise directement son incertitude

Cas	incertitude-type instrumenale
Cas de la verrerie de précision en chimie. *Il s'agit ici des pipettes jaugées, des burettes et des fioles jaugées.* *Les erreurs absolues commises lors des mesures de volume avec la verrerie traditionnelle dépendent de la classe de cette verrerie*	*Classe A ou B : tolérance (incertitude type élargie) garantie par le constructeur. A est meilleure que B.* *Classe A : Tolérance inférieure à 0,2 % sur le volume indiqué* *Classe B : Tolérance inférieure à 0,5 % sur le volume indiqué* *Exemple : pipette 10 cm^3 , tolérance maximale : 0,020 cm^3 classe A, 0,05 cm^3 classe B.* *Souvent les tolérances B ne sont pas indiquées.* *Classe AS : tolérance identique à la classe A mais à écoulement rapide*

- Autres cas :

Cas	incertitude-type
lecture d'un indicateur numérique	si la résolution est b : $u = \frac{b}{\sqrt{12}} = \frac{b}{2\sqrt{3}}$
lecture d'un indicateur analogique (cadran, réglet, thermomètre…)	$u = \frac{1\ graduation}{\sqrt{12}}$
classe d'un instrument	si la classe est définie par ± a : $u = \frac{a}{\sqrt{3}}$
expérience : par exemple, plage de positions x correctes pour la mise au point d'une image sur un banc optique	$x_{min} < x < x_{max}$: $u = \frac{x_{max} - x_{min}}{2\sqrt{3}}$
indication de type c , ± c donnée par un constructeur sans autre information	estimation : $u = \frac{c}{\sqrt{3}}$

Dans la majorité des cas, lorsqu'on a une estimation de type B, on peut montrer que le coefficient d'élargissement k à retenir pour **un niveau de confiance de 95 % est k= 2** et pour un **niveau de confiance de 99 %, k = 3**.
L'incertitude élargie U(m) est donnée par la relation : **U(m) = k×u(m)**

Application 2:

Vous disposez d'une pipette jaugée, d'une fiole jaugée et d'une burette graduée sur la paillasse du professeur, précisez pour chaque matériel le volume maximal qui peut être prélevé (ou mesuré) et l'incertitude associée.

Application 3 :

Un thermomètre à alcool indique une température de θ = 20,0 °C.
La résolution du thermomètre est de 0,5 °C, elle correspond à une graduation du thermomètre.
Déterminer l'incertitude sur cette mesure si on ne tient compte que de l'incertitude sur le matériel.

Application 4 :

Une balance numérique au 1/100 de g affiche une masse m = 38,45 g sur la paillasse du professeur.
Quelle est la résolution de la balance ?
Evaluer l'incertitude élargie pour un niveau de confiance de 95 %.
La masse mesurée est

Application 5 :
Un élève fait une lecture de 40,0 mL d' un volume d'eau avec une burette graduée de 50 mL de classe A (tolérance ± 0.05 mL)
Donner un résultat présentant le volume mesuré tenant compte uniquement de cette incertitude de lecture.

Application 6 :
Détermination d'une résistance électrique avec le code des couleurs ; R = 80 Ω , tolérance ± 5%
Calculer l'incertitude type u(R) :
Calculer l'incertitude élargie pour un niveau de confiance de 95 %
U (R) =
Ecrire le résultat de la mesure : **R =**

3) Incertitude type élargie dans le cas de plusieurs sources d'erreurs :

Lors d'un mesurage, nous pouvons évaluer l'incertitude-type élargie de *n* sources d'erreurs. L'évaluation peut être du type A, du type B ou les deux mélangées.

Si $U_i(m)$ est l'incertitude élargie d'une source d'erreur, le calcul de l'incertitude élargie $U(m)$ sur le mesurande m s'effectue en appliquant la formule :

Par exemple pour une erreur de lecture plus une erreur liée à l'instrument, on a :

Application 7 :
On mesure le volume d'une solution avec une pipette jaugée de 10,00 mL à la température de 18°C.
Trois sources d'erreurs sont identifiées et évaluées :
- incertitude élargie liée à la classe de la pipette : $U_{cl}(V) = 0{,}023$ mL
- incertitude élargie liée au facteur température : $U_{\theta}(V) = 0{,}0048$ mL
- incertitude élargie de répétabilité liée à la mise en œuvre de la manipulation $U_{rep}(V) = 0{,}012$ mL

Que vaut l'incertitude finale ?

Lorsque la grandeur évaluée est le résultat d'un calcul où interviennent plusieurs mesures, on peut évaluer l'incertitude élargie U(m) en utilisant les relations suivantes :

Si $m = x + y + z + \dots$ alors $\mathbf{U(m)} = \sqrt{U(x)^2 + U(y)^2 + U(z)^2}$

Si $m = (x \times \frac{y}{z})$ alors $\frac{U(m)}{m} = \sqrt{\left(\frac{U(x)}{x}\right)^2 + \left(\frac{U(y)}{y}\right)^2 + \left(\frac{U(z)}{z}\right)^2}$

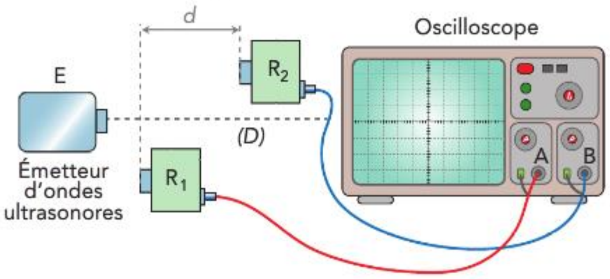
Si $m = a \times x + b$ avec a et b des valeurs constantes alors $\mathbf{U(m) = a \times U(x)}$

<u>Exemple</u> : $C = \frac{n}{V}$ donc $\frac{U(C)}{C} = \sqrt{\left(\frac{U(n)}{n}\right)^2 + \left(\frac{U(V)}{V}\right)^2}$

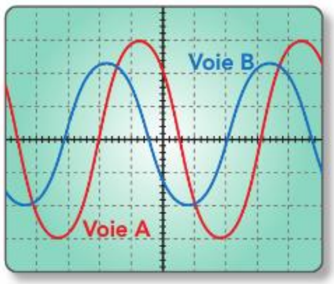
Application 8 :
Déterminer l'incertitude sur la valeur d'un volume versé V, mesurée avec la burette graduée ci-contre.
On suppose que l'opérateur utilise une méthode de lecture de volume correcte : l'incertitude de lecture prise en compte sera celle sur l'échelle graduée de la burette.

Application 9 :

Cet exercice est proposé à deux niveaux de difficulté. Dans un premier temps, essayer de résoudre l'exercice de niveau 2. En cas de difficultés, passer au niveau 1.
On souhaite connaître la vitesse d'une onde ultrasonore.
On réalise le montage ci-dessous :



Lors d'une mesure, on obtient l'oscillogramme suivant :



La base de temps est fixée à 5,0 µs/division ; les sensibilités verticales sont identiques.
Lorsque les récepteurs sont à égale distance de l'émetteur, les signaux sont en phase.

Le récepteur R_1 restant fixe, on éloigne le récepteur R_2 le long de l'axe (*D*) en comptant le nombre de fois où les signaux se retrouvent en phase. Pour une distance *d* égale à (8,5 ± 0,1) cm, les signaux ont été dix fois en phase.
On considère que l'incertitude *U*(*T*) dans la mesure de la période est de 0,2 division.
L'incertitude sur la vitesse *v* est donnée par :

$$U(v) = v \cdot \sqrt{\left(\frac{U(\lambda)}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{U(T)}{T}\right)^2}$$

Niveau 2 (énoncé compact)
Calculer la valeur de la vitesse *v* de l'onde ultrasonore et son incertitude *U*(*v*).

Niveau 1 (énoncé détaillé)
1. a. Calculer la période *T* des ondes ultrasonores à partir de l'oscillogramme.
b. Calculer l'incertitude *U*(*T*) sur la période.
2. a. Déterminer la longueur d'onde λ connaissant *d*.
b. Quelle est l'incertitude *U*(λ) sur la longueur d'onde ?
3. a. Quelle est la relation entre la longueur d'onde λ et la période *T* de l'onde ?
b. Calculer la valeur de la vitesse *v* de l'onde ultrasonore et son incertitude *U*(*v*).

4) Incertitude relative : (ou précision)

Une incertitude absolue ne permet pas d'avoir une idée sur la qualité d'une mesure. C'est pour cette raison qu'il faut définir l'incertitude relative, elle permet d'estimer la précision sur le résultat obtenu.
Par exemple, une incertitude de 1 cm sur une mesure de 20 cm donne plus de précision qu'une incertitude de 1 mm sur une mesure de 10 mm.

L'incertitude relative n'a pas d'unités, elle s'exprime en général en %. Elle est parfois notée ε.
NB :
- *Généralement elle est donnée avec un seul chiffre significatif.*
- Plus l'incertitude relative est petite, plus la précision sur la mesure est grande

Application 10 : Calculer l'incertitude relative sur la vitesse de l'application précédente

III COMMENT REALISER LA MEILLEURE MESURE ?

Le scientifique suit 3 étapes :

1) **Chercher les sources d'incertitude à considérer**
2) **En déduire le protocole expérimental définitif**
3) **Evaluer l'incertitude du résultat de sa mesure**

Les 2 premières étapes sont primordiales ! Le physicien (ou le chimiste) effectue la mesure en observant ce qu'il fait. Il en déduit les sources d'incertitude à prendre en compte. Celles-ci influencent le protocole expérimental et permettent de le corriger. Le scientifique peut donc maintenant réfléchir à son protocole expérimental définitif. Une fois ce protocole exécuté, vient le calcul mathématique de l'incertitude.

IV COMMENT EXPRIMER LE RESULTAT ?

1) Présentation :

Règles :

- L'incertitude ne devra jamais comporter plus de 2 chiffres significatifs. Il est généralement recommandé en terminale de n'en garder qu'un seul.
- Pour la valeur numérique du résultat le dernier chiffre à retenir est celui qui a la même position que le deuxième chiffre significatif dans l'expression de l'incertitude :

Exemples :

2) Comparaison à une valeur de référence :

C'est le pourcentage de l'écart entre la mesure et la valeur théorique par rapport à la valeur théorique :

Application 11 : Calcul sur la vitesse du son : On obtient après une série de mesures une vitesse de 347 $m.s^{-1}$, la valeur de référence est de 340 $m.s^{-1}$.

3) Propositions d'amélioration :

Un protocole est d'autant meilleur que l'incertitude de mesure est faible. Les moyens d'améliorer un protocole sont nombreux, voici quelques pistes à suivre (liste non exhaustive) :

- Le matériel choisi n'a pas été utilisé correctement (problème d'étalonnage ou de calibre …).
- Exploiter les appareils de mesures dans la gamme de valeur où leur précision est la meilleure,
- Le protocole peut être amélioré (…).
- Le nombre de mesures aurait dû être plus important …